



**MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA
KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII
UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO
ETAP SZKOLNY 2025/2026**

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Przyznaje się tylko całkowite liczby punktów.

W zadaniach zamkniętych **1, 2, 3** uczeń może otrzymać maksymalnie 1 punkt za poprawną odpowiedź, a za rozwiązanie zadania otwartego maksymalnie 2 lub 3 punkty.

Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w modelu odpowiedzi, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	1.	2.	3.
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	F., P.	B., D.	B., D.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. (0-2 pkt)

Uzasadnij, że dla dowolnych liczb a i b wartość wyrażenia $A = \left(\frac{a+b}{2} - a\right)\left(\frac{a+b}{2} - b\right)$ **nie jest** liczbą dodatnią.

I sposób

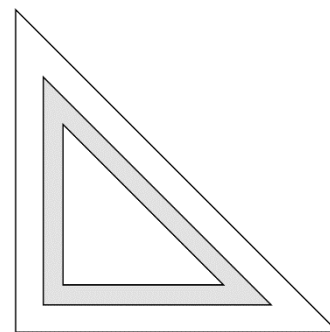
Uczeń:	
1. Przekształca wyrażenie A do prostszej postaci.	1p.
$A = \left(\frac{a+b}{2} - a\right)\left(\frac{a+b}{2} - b\right) = \frac{a+b-2a}{2} \cdot \frac{a+b-2b}{2} = \frac{b-a}{2} \cdot \frac{a-b}{2} = \frac{-a^2+2ab-b^2}{4}$	
2. Uzasadnia, że dla dowolnych liczb a i b wartość wyrażenia A nie jest liczbą dodatnią	1p.
Dla $ a = b $, $A = 0$, dla $a \neq b$, $A = -\frac{(a-b)^2}{4} < 0$, zatem A nie jest liczbą dodatnią.	

II sposób

Uczeń:	
1. Analizuje treść zadania i stwierdza, że $\frac{a+b}{2}$ jest średnią arytmetyczną liczb a i b , więc $\frac{a+b}{2}$ leży na osi liczbowej w równej odległości między liczbami a i b .	1p.
2. Zauważa, że:	
dla $ a = b $, $A = 0$,	1p.
dla $a \neq b$,	
$\left(\frac{a+b}{2} - a\right) > 0$ to $\left(\frac{a+b}{2} - b\right) < 0$ lub $\left(\frac{a+b}{2} - a\right) < 0$ to $\left(\frac{a+b}{2} - b\right) > 0$.	
W obu wypadkach iloczyn $\left(\frac{a+b}{2} - a\right)\left(\frac{a+b}{2} - b\right)$ jest ujemny lub równy zero, a zatem A nie jest liczbą dodatnią.	

Zadanie 5. (0-2 pkt)

Wewnątrz trójkąta równoramiennego prostokątnego o przyprostokątnej równej 12 cm narysowano trójkąt równoramienny prostokątny, którego długość przyprostokątnej jest równa wysokości wyjściowego trójkąta poprowadzonej na przeciwprostokątną. Tę czynność powtórzono i narysowano analogicznie trzeci trójkąt, jak na rysunku. Oblicz całkowity obwód zacieniowanej figury.



Uczeń:

1. Analizuje treść zadania oraz zauważa, że trzecia wysokość pierwszego trójkąta jest równa połowie długości jego przeciwprostokątnej, czyli połowie przekątnej kwadratu o boku 12 cm oraz oblicza tę wysokość, korzystając z twierdzenia Pitagorasa lub wzoru na przekątną kwadratu

1p.

Długości boków pierwszego trójkąta są równe 12 cm, 12 cm, $12\sqrt{2}$ cm, to jego trzecia wysokość wynosi $6\sqrt{2}$ cm

2. Oblicza długości boków drugiego i trzeciego trójkąta oraz obwód zacieniowanej figury.

1p.

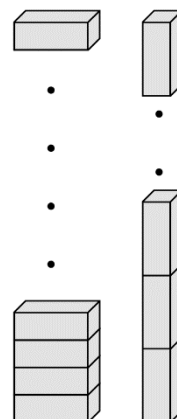
Długości boków drugiego trójkąta: $6\sqrt{2}$ cm, $6\sqrt{2}$ cm, 12 cm

Długości boków trzeciego trójkąta: 6 cm, 6 cm, $6\sqrt{2}$ cm

Obw. = $(18\sqrt{2} + 24)$ cm

Zadanie 6. (0-2 pkt)

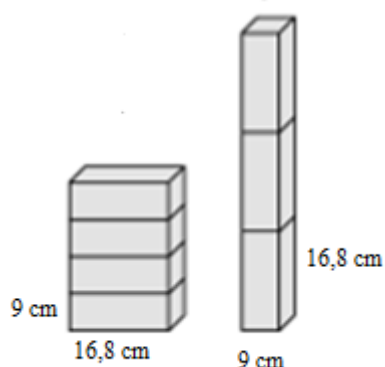
Z prostopadłościennych klocków o wymiarach $16,8 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ Szymek ułożył najniższe możliwe dwie wieże o jednakowych wysokościach. Oblicz, ile klocków wykorzystał łącznie Szymek.



Uczeń:

1. Analizuje treść zadania oraz zauważa, że najmniejsza liczba klocków do ułożenia dwóch najniższych wież o jednakowej wysokości jest równa najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych wyrażających wysokości obu klocków i oblicza tę wielokrotność.

1p.



$$9 \text{ cm} = 90 \text{ mm}, \quad 16,8 \text{ cm} = 168 \text{ mm}$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{NWW}(90, 168) = 90 \cdot 4 \cdot 7 = 2520$$

2. Oblicza, ile klocków zużył łącznie Szymek do ułożenia najniższych wież o jednakowej wysokości i podaje odpowiedź.

1p.

$$2520 : 168 = 15$$

$$2520 : 90 = 28, \text{ zatem } 15 + 28 = 43$$

Odpowiedź. Do ułożenia najniższych wież o jednakowej wysokości Szymek zużył łącznie 43 klocki.

Zadanie 7. (0-2 pkt)

Mama z córką wybrały się do sklepu odległego od ich domu o 1,8 km. Mama szła pieszo ze średnią prędkością $1\frac{1}{9}$ m/s, a córka jechała rowerem ze średnią prędkością 18 km/h. Umówiły się, że córka po dojechaniu do sklepu zawróci do mamy, potem znów dojedzie do sklepu i tak do momentu, kiedy mama dojdzie do sklepu. Oblicz, jaką drogę przebyła córka.

Uczeń: 1. Przeprowadza analizę zadania, zapisuje poszczególne wielkości w postaci symboli i oblicza czas matki i córki w minutach. t - czas mamy i córki s_m – droga mamy z domu do sklepu s_c – droga córki z domu do sklepu v_m – średnia prędkość mamy v_c – średnia prędkość córki $t = \frac{s_m}{v_m} = \frac{1800}{1\frac{1}{9}} = \frac{1800 \cdot 9}{10} = 1620 \text{ s} = \frac{1620}{3600} = \frac{27}{60} \text{ h} = 27 \text{ min}$	1p.
2. Oblicza drogę, jaką przebyła córka. $s_c = v_c \cdot t = 18 \cdot \frac{27}{60} = 3 \cdot 2,7 = 8,1 \text{ km}$	1p.

Zadanie 8. (0-3 pkt)

Długości boków prostokąta są liczbami naturalnymi. Liczba wyrażająca obwód tego prostokąta jest o 4 mniejsza od liczby wyrażającej jego pole. Oblicz, jakie wymiary ma ten prostokąt. Rozważ wszystkie przypadki.

Uczeń: 1. Zapisuje równanie wynikające z warunków zadania. Z warunków zadania wynika, że $ab = 2a + 2b + 4$.	1p.
2. Przekształca równanie do postaci iloczynowej $ab - 2a - 2b = 4$ $ab - 2a - 2b + 4 = 8$ $a(b - 2) - 2(b - 2) = 8$ $(a - 2)(b - 2) = 8$	1p.
3. Oblicza wymiary prostokąta i podaje odpowiedź. Przyjmijmy $a \geq b$. Ponieważ a i b są liczbami naturalnymi dodatnimi, to $b - 2 = 1 \text{ i } a - 2 = 8 \text{ lub } b - 2 = 2 \text{ i } a - 2 = 4 \text{ skąd } a = 10 \text{ i } b = 3 \text{ lub } a = 6 \text{ i } b = 4 .$ Odpowiedź. Wymiary prostokąta to 10×3 lub 6×4.	1p.

Zadanie 9. (0-3 pkt)

W sierpniu bilet na spływ kajakowy kosztował 100 zł. We wrześniu obniżono cenę biletu. Wówczas liczba uczestników spływu wzrosła o 25%, a kwota uzyskana ze sprzedaży biletów zwiększyła się o 20%. Oblicz, o ile procent obniżono cenę biletu.

I sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania, przyjmuje oznaczenia literowe i przedstawia zależności między poszczególnymi wielkościami w postaci wyrażeń. 100 zł - cena biletu w sierpniu a - liczba biletów sprzedanych w sierpniu p - procent obniżki ceny biletu we wrześniu $100(1 - p)$ - cena biletu we wrześniu $\frac{5}{4}a$ - liczba biletów sprzedanych we wrześniu $100(1 - p)\frac{5}{4}a = 125a(1 - p)$ - kwota uzyskana ze sprzedaży biletów we wrześniu 2. Zapisuje drugie wyrażenie określające kwotę uzyskaną ze sprzedaży biletów we wrześniu i układa równanie. $\frac{6}{5}a \cdot 100 = 120a$ - kwota uzyskana ze sprzedaży biletów we wrześniu Zatem: $125a(1 - p) = 120a$ 3. Rozwiązuje równanie i podaje odpowiedź. $125a(1 - p) = 120a \mid : a$ $125(1 - p) = 120$ $1 - p = \frac{120}{125} = \frac{24}{25}$ $p = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%$ Odpowiedź. Cenę biletu wstępu obniżono o 4%.	1p. 1p. 1p.
---	----------------------------------

II sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania, przyjmuje oznaczenia literowe i zapisuje zależności między poszczególnymi wielkościami w postaci równania. 100 zł - cena biletu w sierpniu x - liczba uczestników w sierpniu y - obniżka ceny biletu we wrześniu $(100 - y) \cdot 1,25x = 100x \cdot 1,2$	1p.
2. Rozwiązuje równanie. $(100 - y) \cdot 1,25x = 100x \cdot 1,2 \quad : 1,25x$ $100 - y = 120x : 1,25x$ $100 - y = 96$ $y = 4$	1p.
3. Zamienia liczbę na procent i podaje odpowiedź. $\frac{4}{100} = 4\%$ Odpowiedź. Cenę biletu wstępu obniżono o 4%.	1p.

Zadanie 10. (0-3 pkt)

Do wazonu w kształcie graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego wleto wodę do wysokości 10 cm, którą następnie przelano do wazonu w kształcie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego. Stosunek długości krawędzi podstawy wazonu w kształcie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego do długości krawędzi podstawy wazonu w kształcie graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego wynosi $\frac{4}{3}$. Oblicz, jaką minimalną wysokość powinien mieć wazon o większej krawędzi podstawy, aby woda się z niego nie wylała.

Uczeń:

1. Analizuje treść zadania, przyjmuje oznaczenia literowe i wyznacza długość krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego w zależności od długości krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego oraz oblicza pola podstaw .

1p.

a – krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego

b – krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego

h – maksymalna wysokość wazonu w kształcie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego

V_1 – objętość wody w wazonie o kształcie graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego

V_2 – objętość wody w wazonie o kształcie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego

$$b = \frac{4}{3}a$$

$$P_1 = \frac{6a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$P_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{4}{3}a\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{9}.$$

2. Przedstawia w postaci wyrażeń objętości wody w każdym wazonie.

1p.

$$V_1 = \frac{6a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 10 = 15a^2\sqrt{3}, \quad V_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{\left(\frac{4}{3}a\right)^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{16a^2\sqrt{3}}{4 \cdot 9} \cdot h$$

3. Oblicza jaką minimalną wysokość powinien mieć wazon o większej krawędzi podstawy, aby woda się z niego nie wylała. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9} \cdot h = 15a^2\sqrt{3} \cdot 9$ $4a^2\sqrt{3} \cdot h = 135a^2\sqrt{3}, \text{ stąd } h = \frac{135a^2\sqrt{3}}{4a^2\sqrt{3}} = 33,75 \text{ [cm]}$	1p.
---	-----