Mazowiecki Kurator Oświaty
Al. Jerozolimskie 32, 00-024 Warszawa

MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA
KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII
UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO
ETAP WOJEWÓDZKI 2025/2026

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.
Przyznaje się tylko całkowite liczby punktów.
W zadaniach zamkniętych **1, 2, 3** uczeń może otrzymać maksymalnie 1 punkt za poprawną odpowiedź, a za rozwiązanie zadania otwartego maksymalnie 2 lub 3 punkty.
Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w modelu odpowiedzi, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH

Nr zadania	**1.**	**2.**	**3.**
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	N, B.	P, P.	B., C.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 4. **(0-2 pkt)**

Dane są dwa klocki sześcienne. Przekątna ściany jednego klocka wynosi 4 i jest krótsza o 20% od przekątnej ściany drugiego klocka. Oblicz, o ile procent pole powierzchni całkowitej mniejszego klocka jest mniejsze od pola powierzchni całkowitej większego klocka.

I sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania, przyjmuje oznaczenia i oblicza długości krawędzi obu sześcianów. a - długość krawędzi większego klocka, b - długość krawędzi mniejszego klocka, $b\sqrt{2} = 4$, stąd $b = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$, $0{,}8a\sqrt{2} = 4$, stąd $a = \frac{4}{0{,}8\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 2{,}5\sqrt{2}$	1p.
2. Oblicza, o ile procent pole powierzchni całkowitej większego klocka jest większe od pola powierzchni całkowitej mniejszego klocka. $6a^2 = 6 \cdot \left(2{,}5\sqrt{2}\right)^2 = 6 \cdot 6{,}25 \cdot 2 = 75$ $6b^2 = 6 \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 48$ $\frac{48}{75} \cdot 100\% = 64\%$, zatem $100\% - 64\% = 36\%$.	1p.

II sposób

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania, przyjmuje oznaczenia, oblicza długość przekątnej ściany bocznej większego sześcianu i pole jednej ściany każdego sześcianu. x - długość przekątnej ściany większego klocka, $P_{ś_1}$ – pole ściany mniejszego sześcianu $P_{ś_2}$ – pole ściany większego sześcianu	1p.

P_{C_1} - pole całkowite mniejszego sześcianu

P_{C_2} - pole całkowite większego sześcianu

$0{,}8x = 4$, stąd $x = 5$

$P_{ś_1} = 0{,}5 \cdot 16 = 8$

$P_{ś_2} = 0{,}5 \cdot 25 = 12{,}5$

2. Oblicza, o ile procent pole powierzchni całkowitej większego klocka jest większe od pola powierzchni całkowitej mniejszego klocka. — 1p.

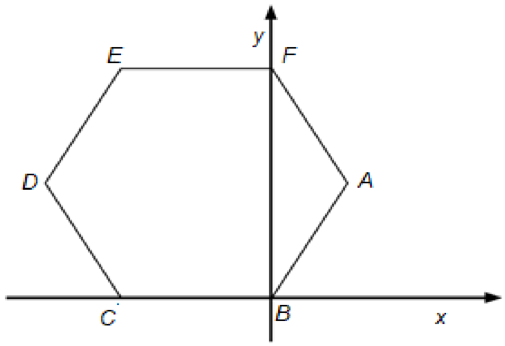
$P_{C_1} = 6 \cdot 8 = 48$

$P_{C_2} = 6 \cdot 12{,}5 = 75$

$\frac{48}{75} \cdot 100\% = 64\%$, zatem $100\% - 64\% = 36\%$.

Zadanie 5. (0-2 pkt)

Punkt $A = (x, 3\sqrt{3})$ jest wierzchołkiem sześciokąta foremnego *ABCDEF* (patrz rysunek). Wyznacz współrzędne wszystkich wierzchołków sześciokąta.

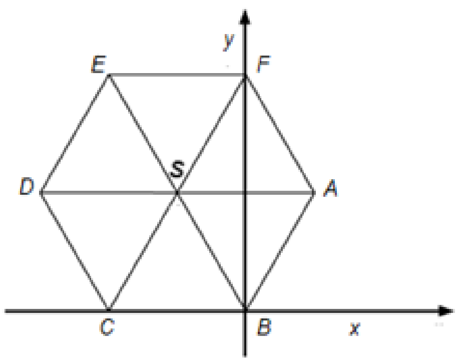


Uczeń:

1. Analizuje treść zadania np. za pomocą rysunku i oblicza współrzędną *x*. — 1p.

Trójkąt *ABS* jest równoboczny o boku 2*x*. Jego wysokość wynosi $3\sqrt{3}$, zatem

$3\sqrt{3} = \frac{2x\sqrt{3}}{2}$, stąd *x* = 3, zatem $A = (3, 3\sqrt{3})$



2. Wyznacza współrzędne pozostałych wierzchołków sześciokąta. — 1p.

$B = (0, 0)$, $C = (-6, 0)$, $D = (-9, 3\sqrt{3})$, $E = (-6, 6\sqrt{3})$, $F = (0, 6\sqrt{3})$

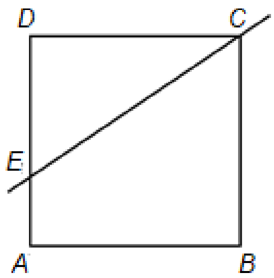
Zadanie 6. (0-2 pkt)

Każdy uczeń pewnej szkoły przyniósł do dekoracji sali pewną liczbę balonów. Okazało się, że ci uczniowie tworzą trzy grupy A, B, C spełniające określone warunki. W grupie A każdy uczeń przyniósł 3 balony. W grupie B było tylu uczniów, co grupie A, i każdy uczeń przyniósł 7 balonów. W grupie C liczba uczniów stanowiła $\frac{2}{3}$ liczby uczniów grupy B i każdy uczeń przyniósł 9 balonów. Wszystkie te balony zebrano i rozdzielono po równo między uczniów do nadmuchania. Oblicz, po ile balonów przypadło każdemu uczniowi.

Uczeń: 1. Analizuje treść zadania i zapisuje w postaci wyrażenia algebraicznego liczbę wszystkich balonów. x – liczba uczniów grupy A x – liczba uczniów grupy B $\frac{2}{3}x$ – liczba uczniów grupy C $3x + 7x + \frac{2}{3}x \cdot 9$ – liczba balonów	1p.
2. Oblicza, po ile balonów przypadło każdemu uczniowi do dekoracji sali i podaje odpowiedź. $\frac{3x+7x+6x}{x+x+\frac{2}{3}x} = \frac{16x}{2\frac{2}{3}x} = \frac{16x}{\frac{8}{3}x} = \frac{16x \cdot 3}{8x} = 6$ Odpowiedź. Każdemu uczniowi przypadło po 6 balonów.	1p.

Zadanie 7. (0-2 pkt)

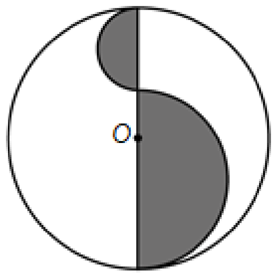
Na rysunku prosta podzieliła kwadrat na dwie figury: trójkąt o polu 54 i trapez o polu 90. Oblicz obwód trapezu *ABCE*.



Uczeń:	
1. Analizuje treść zadania i oblicza długość boku kwadratu.	1p.
$\lvert AB\rvert = \lvert BC\rvert = \lvert CD\rvert = \lvert DA\rvert = a$	
$\lvert AE\rvert = x$	
P – pole kwadratu *ABCD*	
$P = 54 + 90 = 144$, więc $a = 12$	
2. Oblicza długość odcinka *AE* i obwód powstałego trapezu.	1p.
$\frac{\lvert DE\rvert \cdot 12}{2} = 54$, stąd $\lvert DE\rvert = 9$, zatem $x = 3$	
$\lvert EC\rvert = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{125} = 15$	
Obw. = 3 + 24 + 15 = 42	

Zadanie 8. (0-3 pkt)

W kole o środku *O* narysowano figurę składającą się z dwóch półkoli jak na rysunku**.** Obwód dużego koła jest równy 18π. Pole większego zacieniowanego półkola wynosi 18π. Oblicz obwód zacieniowanej figury.



<table>
<tr><td>Uczeń:

1. Analizuje treść zadania i oblicza promień większego półkola.

A – środek większego półkola

$|AB| = |AD|$ – długość promienia większego półkola

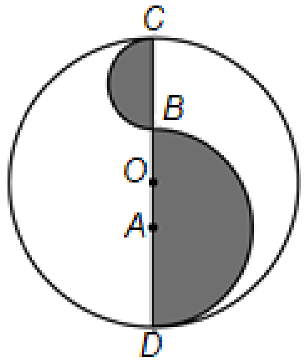
BC – średnica mniejszego półkola

r – promień mniejszego półkola

$|OC| = |OD|$ – długość promienia koła

$2\pi|OC| = 18\pi$, stąd $|OC| = |OD| = 9$

$\frac{\pi(|AB|)^2}{2} = 18\pi$, stąd $|AB| = |AD| = 6$


</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>2. Oblicza promień mniejszego półkola.

Ponieważ $|AO| = |OD| - |AD| = 9 - 6 = 3$, więc $|OB| = 3$, zatem $|BC| = 6$, stąd r = 3.</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>3. Oblicza obwód zacieniowanej figury.

$\text{Obw} = \pi r + \pi \cdot |AD| + |CD| = 3\pi + 6\pi + 18 = 9(\pi + 2)$</td><td>1p.</td></tr>
</table>

Zadanie 9. (0-3 pkt)

Różnica kwadratów dwóch liczb naturalnych jest równa 231. Wyznacz te liczby. Rozpatrz wszystkie przypadki.

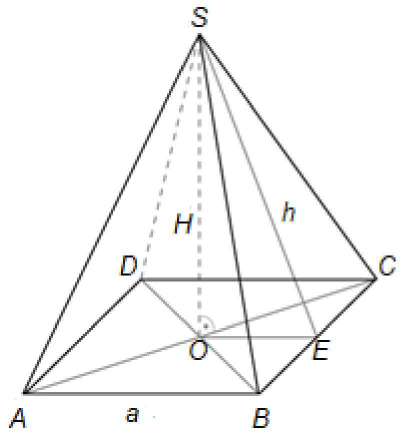
Uczeń: 1. Analizuje treść zadania i przedstawia różnicę kwadratów dwóch liczb w postaci iloczynowej. Następnie ustala liczbę przypadków. *a*, *b* – liczby naturalne $(a-b)(a+b)=231$ Aby iloczyn dwóch liczb naturalnych był równy 231= $3\cdot 7\cdot 11$, są możliwe następujące przypadki **I.** $1\cdot 231=231$, **II.** $3\cdot 77=231$, **III.** $11\cdot 21=231$, **IV.** $7\cdot 33=231$ Rozpatruje jeden z przypadków: Np. Ad.I. $\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=231 \end{cases}$, stąd $a=116\ \ b=115$	1p
Rozpatruje kolejne dwa przypadki: Np. Ad.II. $\begin{cases} a-b=3 \\ a+b=77 \end{cases}$, stąd $a=40\ \ b=37$ Ad.III. $\begin{cases} a-b=11 \\ a+b=21 \end{cases}$, stąd $a=16\ b=5$	1p
Rozpatruje ostatni (czwarty) przypadek: Np. Ad.IV. $\begin{cases} a-b=7 \\ a+b=33 \end{cases}$, stąd $a=20\ b=13$ Podaje odpowiedź. Tymi liczbami są 116 i 115 lub 40 i 37, lub 16 i 5, lub 20 i 13.	1p

Uwaga : *Uczeń otrzymuje 1 punkt za wskazanie jednego przypadku spełniającego warunki zadania. Podanie dwóch kolejnych par liczb spełniających warunki zadania (łącznie poprawne rozważenie trzech przypadków) uprawnia do otrzymania 2 punktów. Pełną notę (3 punkty) przyznaje się za wskazanie czterech przypadków oraz sformułowanie odpowiedzi.*

Zadanie 10. (0-3 pkt)

Stosunek pola powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego do pola jego podstawy jest równy $\sqrt{17}$. Oblicz stosunek wysokości tego ostrosłupa do krawędzi jego podstawy.

I sposób

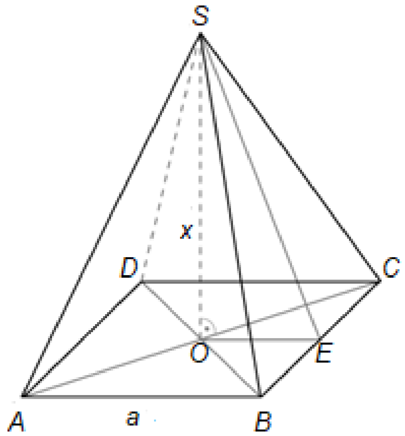
Uczeń: 1. Analizuje treść zadania np. za pomocą rysunku, wprowadza oznaczenia i wyznacza wysokość ściany bocznej *h*.  $\|AB\| = \|BC\| = \|CD\| = \|DA\| = a$ $h -$ wysokość ściany bocznej $H -$ wysokość ostrosłupa $P_p = a^2$, $P_b = 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = 2ah$ $\frac{P_b}{P_p} = \frac{2ah}{a^2} = \frac{2h}{a} = \sqrt{17}$, stąd $h = \frac{a\sqrt{17}}{2}$	1p.
2. Wyznacza wysokość ostrosłupa w zależności od krawędzi podstawy korzystając z twierdzenia Pitagorasa~~:~~ w trójkącie prostokątnym *SOE*: $H^2 = h^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	1p.
3. Oblicza stosunek wysokości tego ostrosłupa do krawędzi jego podstawy. $H^2 = \frac{17a^2 - a^2}{4} = 4a^2$, stąd *H* = 2*a*, zatem $\frac{H}{a} = 2$.	1p.

II sposób

<table>
<tr><td>

Uczeń:

1. Analizuje treść zadania np. za pomocą rysunku, wprowadza oznaczenia i wyznacza długość odcinka *SE* w zależności od *a* i *x*.



$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$

$|OS| = x$

$\frac{P_b}{P_p} = \sqrt{17}$

$|SE| = \sqrt{(x)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}$

</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>

2. Wyznacza P_b i P_p w zależności od *a* i *x* oraz zapisuje równanie, korzystając z warunków zadania.

$P_b = 4 \cdot \frac{a \cdot \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}}{2} = 2a\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}$, $P_p = a^2$

$\frac{P_b}{P_p} = \frac{2a\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}}{a^2} = \frac{2\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}}{a}$ i $\frac{P_b}{P_p} = \sqrt{17}$

zatem

$\frac{2\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}}{a} = \sqrt{17}$

</td><td>1p.</td></tr>
<tr><td>

3. Rozwiązuje równanie ze względu na x (w zależności od a) i wyznacza stosunek wysokości tego ostrosłupa do krawędzi jego podstawy.

$\frac{\sqrt{17}a}{2} = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}$

$\frac{17a^2}{4} = x^2 + \frac{a^2}{4}$

$\frac{17a^2}{4} = \frac{4x^2 + a^2}{4}$

$4x^2 + a^2 = 17a^2$

</td><td>1p.</td></tr>
</table>

$4x^2 = 16a^2$ $x = 2a$, zatem $\frac{x}{a} = \frac{2a}{a} = 2$	