



MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

KONKURS MATEMATYCZNY DLA KLAS IV-VIII

UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA MAZOWIECKIEGO

ETAP SZKOLNY 2021/2022

Ważne terminy!

Zgodnie z harmonogramem termin ogłoszenia wyników w szkole mija **25 października 2021 r.**

Najpóźniej do 3 listopada 2021 r. należy bezwzględnie wprowadzić wyniki **wszystkich uczniów** na Platformę Konkursów Przedmiotowych. Zgłoszenie uczestników po wyznaczonym terminie nie będzie przyjęte i **skutkuje ich dyskwalifikacją.**

Do 16 listopada 2021 r. należy zapoznać się z listą uczniów zakwalifikowanych do etapu rejonowego oraz przekazać informację o ewentualnym zakwalifikowaniu się do kolejnego etapu konkursu uczniom i ich rodzicom/opiekunom prawnym.

Uczeń maksymalnie może zdobyć 20 punktów.

Za poprawne rozwiązanie zadania zamkniętego uczeń może zdobyć maksymalnie 1 punkt, a za zadanie otwarte 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania otwartego, inne niż przewidziane w schemacie punktowania rozwiązań, należy przyznać maksymalną liczbę punktów.

ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

Nr zadania	1.	2.	3.	4.
Maks. liczba punktów	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt	0-1 pkt
Prawidłowa odpowiedź	N., B.	F, P	A.	A., C.

ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 5. (0-2 pkt)

Kuba i Bartek jeżdżą do szkoły rowerami. Droga Kuby do szkoły jest półtora raza dłuższa niż droga Bartka. Pewnego razu Bartek przebył tę drogę w czasie stanowiącym $\frac{2}{3}$ czasu jazdy Kuby. Porównaj prędkości chłopców.

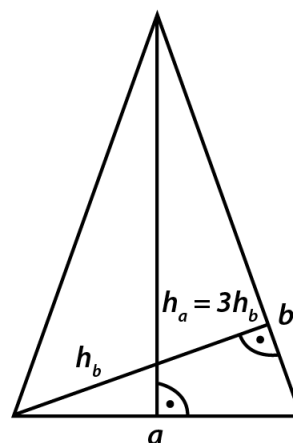
Uczeń:	
1. Przyjmuje oznaczenia wielkości występujących w treści zadania.	1p.
x – droga Bartka	
$1,5x$ – droga Kuby	
t – czas Kuby	
$\frac{2}{3}t$ – czas Bartka	
V_B – prędkość Bartka	
V_K – prędkość Kuby	
2. Wyraża prędkości obu chłopców za pomocą odpowiednich wyrażeń algebraicznych, porównuje je i podaje odpowiedź.	1p.

$V_B = \frac{x}{\frac{2}{3}t} = \frac{3x}{2t} = \frac{1,5x}{t}$ $V_K = \frac{1,5x}{t}, \quad V_B = V_K$ Odpowiedź. Obaj chłopcy jechali z taką samą prędkością.	
--	--

Zadanie 6. (0-2 pkt)

W trójkącie równoramiennym wysokość poprowadzona na ramię trójkąta jest trzy razy krótsza od wysokości poprowadzonej na jego podstawę. Oblicz, ile procent obwodu trójkąta stanowi długość jego podstawy. Odpowiedź podaj z dokładnością do 0,1%.

Uczeń: 1. Przyjmuje oznaczenia (np. wykonując rysunek pomocniczy) i wyznacza np. wartość b w zależności od a. $\frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} \text{ oraz } h_a = 3h_b,$ więc $\frac{a \cdot 3h_b}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2},$ stąd $b = 3a$	1p.
2. Oblicza, ile procent obwodu trójkąta stanowi długość jego podstawy z dokładnością do 0,1% i podaje odpowiedź. $\frac{a}{a+2b} = \frac{a}{a+6a} = \frac{a}{7a} = \frac{1}{7} = \frac{100}{7}\% \approx 14,3\%$ Odpowiedź. Długość podstawy tego trójkąta stanowi około 14,3% jego obwodu.	1p.



Zadanie 7. (0-3 pkt)

Wojtek i Kasia chodzą do jednej klasy technikum. Wojtek ma w klasie dwa razy tyle kolegów co koleżanek, a Kasia o dziesięciu kolegów więcej niż koleżanek. Oblicz, ilu uczniów liczy ta klasa.

I sposób

Uczeń:	
1. Wykonuje analizę zadania.	1p.
x – liczba dziewcząt	
$2x + 1$ – liczba chłopców	
$x - 1$ – liczba koleżanek Kasi	
2. Układa równanie	1p.
$x - 1 + 10 = 2x + 1$	
3. Rozwiązuje równanie i oblicza, ilu uczniów jest w tej klasie oraz podaje odpowiedź.	1p.
$x - 2x = 1 + 1 - 10$	
$-x = -8$	
$x = 8$	
W klasie jest 8 dziewcząt. Wojtek ma $8 \cdot 2 = 16$ kolegów, więc liczba chłopców wynosi 17, zatem w tej klasie jest $8 + 17 = 25$ osób.	
Odpowiedź. Ta klasa liczy 25 osób.	

II sposób

Uczeń: 1. Wykonuje analizę zadania. y – liczba chłopców $y - 1$ – liczba kolegów Wojtka $\frac{y-1}{2}$ – liczba dziewcząt $\frac{y-1}{2} - 1$ – liczba koleżanek Kasi 2. Układa równanie. $y = \frac{y-1}{2} - 1 + 10$ 3. Rozwiązuje równanie i oblicza, ilu uczniów jest w tej klasie oraz podaje odpowiedź. $2y = y - 1 - 2 + 20$ $y = 17$ W klasie jest 17 chłopców. Wojtek ma 16 kolegów, więc liczba dziewcząt wynosi $16 : 2 = 8$, zatem w tej klasie jest $17 + 8 = 25$ osób. Odpowiedź. Ta klasa liczy 25 osób.	1p. 1p. 1p.
--	----------------------------------

Zadanie 8. (0-3 pkt)

Julka ma 43 sześciennie kostki o krawędzi długości 1. Zbudowała sześcian o krawędzi równej 3, a ze wszystkich pozostałych kostek prostopadłościan. Oblicz, jakie wymiary ma zbudowany prostopadłościan, jeśli wiadomo, że pole powierzchni całkowitej sześcianu jest o 35% większe od pola powierzchni całkowitej prostopadłościanu. Rozpatrz wszystkie możliwości.

Uczeń:	
1. Oblicza pole powierzchni całkowitej P_{c_s} sześcianu o krawędzi 3.	1p.
$P_{c_s} = 6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$	
2. Oblicza pole powierzchni całkowitej P_c prostopadłościanu.	1p.
Powierzchnia całkowita sześcianu stanowi 135% pola powierzchni całkowitej prostopadłościanu, zatem pole powierzchni prostopadłościanu wynosi	
$P_c = \frac{54 \cdot 100\%}{135\%} = 40$	
3. Ustala, jakie wymiary ma zbudowany prostopadłościan i podaje odpowiedź.	1p
Prostopadłościan został zbudowany z 16 kostek, ponieważ objętość V_{sz} sześcianu $V_{sz} = 3^3 = 27$, więc objętość V_P otrzymanego prostopadłościanu $V_P = 43 - 27 = 16$.	
Zatem wymiary prostopadłościanu mogą być:	
$1 \times 1 \times 16,$ $P_{c_1} = 2(1 + 1) \cdot 16 + 2 = 4 \cdot 16 + 2 = 66 \neq 40$	
$1 \times 2 \times 8,$ $P_{c_2} = 2(1 + 2) \cdot 8 + 4 = 6 \cdot 8 + 4 = 52 \neq 40$	
$1 \times 4 \times 4,$ $P_{c_3} = 2(1 + 4) \cdot 4 + 8 = 10 \cdot 4 + 8 = 48 \neq 40$	
$2 \times 2 \times 4,$ $P_{c_4} = 2(2 + 2) \cdot 4 + 8 = 8 \cdot 4 + 8 = 40$	
Odpowiedź. Wymiary zbudowanego prostopadłościanu to $2 \times 2 \times 4$.	
Uwaga. Jeśli uczeń wypisze poprawnie 4 przypadki wymiarów prostopadłościanu oraz stwierdzi wyraźnie (nawet bez czytelnego i dokładnego uzasadnienia), że spośród nich tylko $2 \times 2 \times 4$ ma pole całkowite równe 40, to należy mu przyznać maksymalną liczbę punktów.	

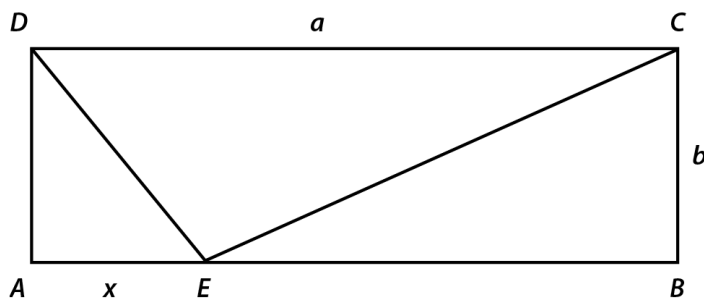
Zadanie 9. (0-3 pkt)

W prostokącie $ABCD$ na boku AB zaznaczono punkt E tak, że pole trapezu $AECD$ jest równe 40 cm^2 , a pole trapezu $EBCD$ 56 cm^2 . Oblicz, jaką długość ma bok k kwadratu, którego pole jest równe polu prostokąta $ABCD$.

I sposób

Uczeń:

1. Przyjmuje oznaczenia (np. wykonując rysunek pomocniczy) i wyznacza np. wartość b w zależności od a i x , korzystając ze wzoru na pole trapezu $AECD$. 1p.



$$P_{AECD} = \frac{(x+a) \cdot b}{2} = 40,$$

$$\text{stąd } b = \frac{80}{x+a}$$

2. Wyznacza wartość a w zależności od x , korzystając ze wzoru na pole trapezu $EBCD$. 1p.

$$P_{EBCD} = \frac{(a - x + a) \cdot b}{2} = 56$$

$$\frac{(a - x + a) \cdot b}{2} = \frac{(2a - x) \cdot 80}{2(x + a)} = \frac{(2a - x) \cdot 40}{(x + a)} = 56$$

$$(2a - x) \cdot 40 = 56 \cdot (x + a)$$

$$80a - 40x = 56x + 56a$$

$$24a = 96x, \text{ stąd } a = 4x$$

3. Oblicza pole P prostokąta $ABCD$ oraz długość boku kwadratu i podaje odpowiedź. 1p.

$$P = ab = 4x \cdot \frac{80}{x+4x} = \frac{4x \cdot 80}{5x} = 4 \cdot 16 = 64 [\text{cm}^2], \quad k = \sqrt{64} = 8 [\text{cm}]$$

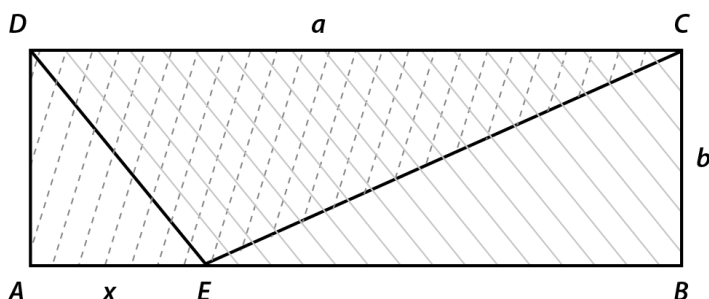
Odpowiedź. Długość boku k kwadratu, którego pole jest równe polu prostokąta $ABCD$ wynosi 8 cm.

II sposób

Uczeń:

1. Zauważa, że $P_{ABCD} = P_{AECD} + P_{EBDC} - P_{DEC}$ (np. wykonując rysunek pomocniczy).

1p.



2. Zapisuje pole prostokąta za pomocą dwóch wyrażeń i układu równanie.

1p.

$$P_{ABCD} = 56 + 40 - P_{DEC}, \text{ ale } P_{DEC} = \frac{1}{2}a \cdot b, \text{ więc } P_{ABCD} = 96 - \frac{1}{2}a \cdot b$$

$$\text{oraz } P_{ABCD} = a \cdot b, \text{ zatem } a \cdot b = 96 - \frac{1}{2}a \cdot b.$$

3. Oblicza pole P_{ABCD} prostokąta $ABCD$ oraz długość boku k kwadratu i podaje odpowiedź.

1p.

$$\frac{3}{2}a \cdot b = 96, \text{ stąd } P_{ABCD} = a \cdot b = 64 \text{ [cm}^2\text{]}, \quad k = \sqrt{64} = 8 \text{ [cm]}$$

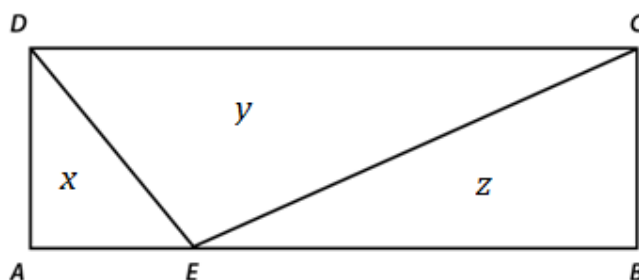
Odpowiedź. Długość boku k kwadratu, którego pole jest równe polu prostokąta $ABCD$ wynosi 8 cm.

III sposób

Uczeń:

1. Przyjmuje oznaczenia np. literami x, y, z odpowiednio pola trójkątów AED, DEC i CBE i stwierdza, że y (pole trójkąta DEC) jest połową pola prostokąta $ABCD$.

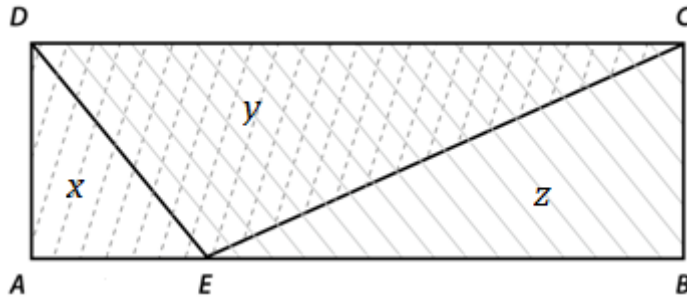
1p.



$$P_{ABCD} = |DC| \cdot |AD|, y = \frac{|DC| \cdot |AD|}{2}$$

$$\text{stąd } y = \frac{1}{2} P_{ABCD}$$

2. Zauważa, że suma pól trapezów $AECD$ i $EBCD$ stanowi 1,5 pola prostokąta $ABCD$.



$$x + y = 40 \text{ oraz } z + y = 56,$$

$$\text{więc } x + y + z + y = 96, \quad x + y + z = P_{ABCD} \text{ i } y = 0,5P_{ABCD},$$

$$\text{zatem } 1,5P_{ABCD} = 96$$

3. Oblicza pole P prostokąta $ABCD$ oraz długość boku kwadratu i podaje odpowiedź.

$$\text{Skoro } 1,5P_{ABCD} = 96, \text{ to } P_{ABCD} = 64 \text{ [cm}^2\text{]},$$

$$\text{natomiast } k = \sqrt{64} = 8 \text{ [cm]}$$

Odpowiedź. Długość boku k kwadratu, którego pole jest równe polu prostokąta $ABCD$ wynosi 8 cm.

1p.

1p.

Zadanie 10. (0-3 pkt)

W pewnym sklepie przez weekend trwała promocja, w ramach której co 25. klient otrzymywał dwudziestoprocentową zniżkę na zakupy i co 40. klient – zniżkę osiemdziesięcioprocentową, naliczane niezależnie jedna po drugiej. W tym czasie zakupów dokonało 7200 klientów i każdy z tych klientów był w sklepie tylko raz. Pani Ewa otrzymała dwie zniżki i za swoje zakupy zapłaciła 128 zł. Oblicz, ilu jeszcze klientów otrzymało obie zniżki oraz ile złotych zaoszczędziła pani Ewa.

I sposób

Uczeń:	
1. Oblicza, ilu klientów, oprócz pani Ewy, otrzymało obie знижки. $NWW(25, 40) = 200$, czyli co 200 klient otrzymał obie знижки i łącznie było ich $7200 : 200 = 36$ osób, $36 - 1 = 35$.	1p.
2. Zapisuje w postaci wyrażenia знижку, jaką otrzymała pani Ewa. x – kwota jaką zapłaciłaby pani Ewa za zakupy bez знижек Obie знижки od kwoty x wynoszą $0,2x + 0,8 \cdot 0,8x = 0,84x$	1p.
3. Oblicza, ile złotych zaoszczędziła pani Ewa i podaje odpowiedź. $0,16x = 128$, stąd $x = 128 : 0,16 = 800$ [zł], $800 - 128 = 672$ [zł] Odpowiedź. Oprócz pani Ewy 35 klientów otrzymało obie знижки, a pani Ewa zaoszczędziła 672 zł.	1p.

II sposób

Uczeń:	
1. Oblicza, ilu klientów, oprócz pani Ewy, otrzymało obie знижки. $NWW(25, 40) = 200$, czyli co 200 klient otrzymał obie знижки i łącznie było ich $7200 : 200 = 36$ osób, $36 - 1 = 35$.	1p.
2. Zapisuje w postaci wyrażenia kwotę, jaką zapłaciła pani Ewa za zakupy. y – kwota jaką zapłaciłaby pani Ewa za zakupy bez знижек. Kwota, jaką zapłaciła pani Ewa za zakupy wynosi $0,2 \cdot 0,8y$	1p.
3. Oblicza, ile złotych zaoszczędziła pani Ewa i podaje odpowiedź. $0,16y = 128$, stąd $y = 128 : 0,16 = 800$ [zł]. $800 - 128 = 672$ [zł] Odpowiedź. Oprócz pani Ewy 35 klientów otrzymało obie знижки, a pani Ewa zaoszczędziła 672 zł.	1p.